Mathematische Zusammenhänge der Ahnennummern.

Von Studienrat Paul Schneider, Hamm (Westf.).

Man kann geteilter Auffassung sein, ob mathematische Untersuchungen der Ahnennumerierung in eine sippenkundliche Zeitschrift mit einem breiteren Leserkreis gehören, oder ob man sich begnügen soll, dem Sippenforscher nur Anweisungen, vielleicht im Gewande mathematischer Formeln, an die Hand zu geben. Zweimal ist mir bisher in der sippenkundlichen Literatur eine Formel für die Übertragung der Ahnen aus einer Tafel in eine andere zu Gesicht gekommen, einmal im „Archiv für Sippenforschung", 1940, Seite 196, zum anderen vor ein paar Monaten in der Zeitschrift „Familie, Sippe, Volk", Heft 8, 1943, S. 6~~0~~6 Während am erstgenannten Orte Herr Werner Koch, Zehlendorf, seine Formel

$$q_n = p_n + 2^n (q - p)$$

ohne mathematische Ableitung, gleichsam nur als Rezept, angibt, hat nunmehr ~~Herr~~ Dr. habil. M. P. Geppert, Bad Nauheim, seine Formel Frau

$$a_{n+k} - b_{m+k} = 2^k (a_n - b_m)$$

einer längeren mathematischen Erörterung unterzogen. Diese Abhandlung bietet zwar einen interessanten Einblick in den mathematischen Zusammenhang unserer Kekuléschen Ahnennumerierung, doch bin ich in diesem Falle der Meinung, daß der Rahmen dessen, was in eine sippenkundliche Zeitschrift gehört, bei weitem überschritten worden ist. Zudem ist es gar nicht erforderlich, die Ahnennummern dyadisch darzustellen. Die Formel zumal läßt sich auf einem weit einfacheren Wege finden, und zwar so, daß es auch von einem Nichtmathematiker verstanden werden kann. Die Ableitung ist sogar so einfach, daß sie vor vielen Jahren fast von einem meiner Schüler gefunden worden wäre, der die Ahnenliste des Vaters in die des Sohnes umrechnete. Damals erarbeitete ich mit meinen Schülern die allgemeine Formel und benutze sie seitdem als „Funktion" im Unterricht.

Ehe ich die Ableitung bringe, mache ich nochmals, wie schon einmal an anderem Orte und in anderem Zusammenhange geschehen*), auf ein Grundübel unserer Ahnenbezifferung aufmerksam. Herr Dr. Geppert wäre viel leichter zu verstehen, wenn er nicht, wie leider gebräuchlich, die Ahnenreihen ab der Probanden„reihe" zählte. Warum hört man nicht endlich mit der unnatürlichen und „mathematisch" höchst unzweckmäßigen Numerierung der Ahnenreihen auf? Die ersten „Ahnen" sind die Eltern, die zweiten die Großeltern usw. So ist es natürlich. Den Probanden als erste „Ahnen"reihe zu bezeichnen, ist unnatürlich. Zählt man dagegen die Ahnenreihen (Generationen) erst von der Reihe der Eltern ab, ergeben sich vielfach sehr schöne mathematische Zusammenhänge. Dem Mathematiker tut es in der Seele weh, sehen zu müssen, wie dem gerade ästhetischen Zusammenhange, der sich aus der Kekuléschen Ahnenbezifferung ergibt, durch die unnatürliche Zählung der Generationen Gewalt angetan wird. Ich zähle im folgenden die Ahnenreihen erst von der Elternreihe ab. Dann ergibt sich:

Der Proband steht in keiner, höchstens in der 0-ten Reihe mit der Zahl $1 = 2^0$,
die 1. Reihe (Eltern) beginnt mit der Zahl $2 = 2^1$ und hat $2 = 2^1$ Ahnen,
die 2. Reihe (Großeltern) beginnt mit der Zahl $4 = 2^2$ und hat $4 = 2^2$ Ahnen,
die k-te Reihe beginnt mit der Zahl 2^k und hat 2^k Ahnen.

*) Ekkehard, Mitteilungsblatt deutscher Genealogischer Abende, 17. Jahrg., 1941, Seite 200: P. Schneider, Neue Ahnenbenennung.

Es seien nunmehr die Tafeln A und B gegeben. Eine Person a der Tafel A sei identisch mit der Person b der Tafel B, wobei a und b sowohl die Person selbst als auch ihre Ahnennummer bedeuten mögen. Ein weiterer Ahn, von der Ausgangsperson um k Generationen getrennt, möge, ebenso gekennzeichnet, x in A und y in B sein. Eine dieser beiden Nummern sei bekannt, die andere soll aus ihr errechnet werden. Welche der beiden Nummern bekannt ist, ist unwesentlich.

x und y sind beide aus der Ahnennummer des in ihrer Ahnenreihe stehenden Stammvaters der Ausgangsperson dadurch entstanden, daß man von ihm aus um eine gleiche Zahl i weitergegangen ist, während die Nummern des Stammvaters sowohl aus a wie auch aus b durch fortwährende Verdoppelung entstanden waren. Das Gesetz dieser Entstehung zeigt die Tabelle 1: Der Stammvater ist $2^k \cdot a$, bzw. $2^k \cdot b$. Gleichzeitig kann man k entnehmen. Es ist

1) $\quad k = k - 0 = m_A - n_A = m_B - n_B$

k errechnet sich aus derjenigen Tafel, in der zugleich a und x oder b und y bekannt sind. Es kann also ohne Mißverständnis $k = m - n$ gesetzt werden. So ist jetzt

2a) $\quad x = 2^k \cdot a + i = 2^{m-n} \cdot a + i$
2b) $\quad y = 2^k \cdot b + i = 2^{m-n} \cdot b + i$
3) $\quad x - 2^k \cdot a = i = y - 2^k \cdot b$
$\quad\quad x - 2^k \cdot a = y - 2^k \cdot b$
4) $\quad x - y = 2^k \cdot a - 2^k \cdot b$
$\quad\quad x - y = 2^k \cdot (a - b)$

Die Endformel ist die Funktion

$$\boxed{x - y = 2^{m-n} \cdot (a - b)}$$

Tabelle 1.

Tafel A		Tafel B	
Nummer	Ahnenreihe		Nummer
$a = 2^0 \cdot a$	n_A	n_B	$b = 2^0 \cdot b$
$2 \cdot a = 2^1 \cdot a$	$n_A + 1$	$n_B + 1$	$2 \cdot b = 2^1 \cdot b$
$4 \cdot a = 2^2 \cdot a$	$n_A + 2$	$n_B + 2$	$4 \cdot b = 2^2 \cdot b$
$8 \cdot a = 2^3 \cdot a$	$n_A + 3$	$n_B + 3$	$8 \cdot b = 2^3 \cdot b$
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
$2^k \cdot a$	$n_A + k = m_A$	$n_B + k = m_B$	$2^k \cdot b$

Bei der Benutzung der Formel ist, wie auch Herr Dr. Geppert betont, eine Tabelle der Zahlen 2^k erforderlich, die sowohl 2^k selbst angibt als auch erkennen läßt, in welcher Reihe ein Ahn mit bekannter Ahnennummer steht.

Tabelle 2.

k und Reihe	2^k und Anzahl der Ahnen
0	1
1	2
2	4
3	8
.	.
.	.
10	1024
11	2048
12	4096
	usw.

Im Grunde genommen ist zwar meine Ableitung die gleiche wie die des Herrn Dr. Geppert, nur, wie ich behaupte, bedeutend einfacher. In den beiden folgenden Beispielen soll noch nachgewiesen werden, wie sehr die von mir angeratene Generationenzählung das Arbeiten mit bestimmten Ahnennummern erleichtert.

Beispiel I (mit bekanntem Ergebnis).

Tafel A	Tafel B
$a = 49$	$b = 7$
$x = 787$	$y = 115$

Ahnennummer	Ahnenreihe		Ahnennummer
$49 = 2^0 \cdot a$	$5 = n_A$	$2 = n_B$	$7 = 2^0 \cdot b$
$98 = 2^1 \cdot a$	$6 = n_A + 1$	$3 = n_B + 1$	$14 = 2^1 \cdot b$
$196 = 2^2 \cdot a$	$7 = n_A + 2$	$4 = n_B + 2$	$28 = 2^2 \cdot b$
$392 = 2^3 \cdot a$	$8 = n_A + 3$	$5 = n_B + 3$	$56 = 2^3 \cdot b$
$784 = 2^4 \cdot a$	$9 = m_A$	$6 = m_B$	$112 = 2^4 \cdot b$

$787 = 784 + 3$
$= 2^4 \cdot 49 + 3$
$x = 2^k \cdot a + i$
mit $k = 4 = 9 - 5 = m_A - n_A$
und $i = 3$

(49 steht in der 5ten Ahnenreihe mit $32 = 2^5$ Ahnen, 787 steht in der 9ten Ahnenreihe mit $512 = 2^9$ Ahnen)

$115 = 112 + 3$
$= 2^4 \cdot 7 + 3$
$y = 2^k \cdot b + i$
mit $k = 4 = 6 - 2 = m_B - n_B$
und $i = 3$

(7 steht in der 2ten Ahnenreihe mit $4 = 2^2$ Ahnen, 115 steht in der 6ten Ahnenreihe mit $64 = 2^6$ Ahnen)

Probe: $787 - 115 = 2^4 \cdot (49 - 7) = 16 \cdot 42$
$672 \quad = \quad 672$

Beispiel II.

Zwei Tafeln A und B stimmen in den Ahnen $a = 2267$ und $b = 713$ überein. Es soll der Ahn $x = 36285$ der Tafel A auf die Tafel B umgerechnet werden. y ist unbekannt.

$k = m - n$ errechnet sich nach Tafel A:
$a = 2267$ steht in der 11ten Ahnenreihe mit $2048 = 2^{11}$ Ahnen,
$x = 36285$ steht in der 15ten Ahnenreihe mit $32768 = 2^{15}$ Ahnen,

$$m_A = 15,\ n_A = 11,\ k = m_A - n_A = 4.$$

Nach der Umrechnungsformel ist:

$36285 - y = 2^4 \cdot (2267 - 713)$
$= 16 \cdot 1554 = 24864$
$36285 - \underline{11421} = 24864$
$\underline{y = 11421}$

(Die Nummern des „Stammvaters" errechnen sich leicht als 36272 und 11408; also ist beidemal $i = 13$.)

Weitere Verwendungsmöglichkeiten der Formel ergeben sich nach Koch im „Archiv" a. a. O.

Es wäre jedoch unpraktisch, für viele Umrechnungen einer Tafel jedesmal die Formel anzuwenden. Im allgemeinen ist es doch so, daß nur eine größere Tafel Umstände macht. Dann ist es zweckmäßig, mit den bestimmten Ahnennummern zu arbeiten, und zwar so, wie es die folgende Tabelle zeigt.

I	II	III		IV	V	
		Stammlinie		Verbindungszahl	Mutterlinie	
Gruppe der	k	A	B	A → B: + B → A: −	A	B
Probanden	0	72	2114	2042	(72)	(2114)
„Eltern"	1	144	4228	4084	145	4229
	2	288	8456	8168	291	8459
	3	576	16912	16336	583	16919
„Alteltern"	4	1152	33824	32672	1167	33839
	5	2304	67648	65344	2335	67679
	6	4608	135296	130688	4671	135359
„Obereltern"	7	9216	270592	261376	9343	270719
	8	18432	541184	522752	18687	541439
	9	36864	1082368	1045504	37375	1082879

Die zur Erörterung stehende Formel bedeutet nämlich eigentlich, daß man die Tafel A (B) auf eine dritte Tafel C „reduziert", in der die Ausgangsperson a (b) als Proband mit der Nummer 1 steht, und dann von dieser Tafel C auf die Tafel B (A) mit der Ausgangsnummer b (a) übergeht. Das Beispiel der obigen Tabelle möge es erläutern. Will man die Zahl 72 auf 1 reduzieren, dann muß man bilden:

$$1 = 72 - 71 = 72 - (72 - 1),$$

ebenso:

$2 = 144 - 142 = 144 - (144 - 2)$ und $4 = 288 - 284 = 288 - (288 - 4)$

usf. Umgekehrt ergibt sich:

$$2114 = 1 + 2113 = 1 + (2114 - 1),$$
$$4228 = 2 + 4226 = 2 + (4228 - 2),$$
$$8456 = 4 + 8452 = 4 + (8456 - 4)$$

usf. Man kommt also von 72 auf 2114 durch die Rechnung:

$$72 - (72 - 1) + (2114 - 1) = 72 + (2114 - 72) = 72 + 2042,$$

ebenso von 144 auf 4228 durch:

$$144 - (144 - 2) + (4228 - 2) = 144 + (4228 - 144) = 144 + 4084$$

und von 288 auf 8456 durch:

$$288 = (288 - 4) + (8456 - 4) = 288 + (8456 - 288) = 288 + 8168$$

usf.

Nun ist zu beachten, daß nicht jeder in einer höheren Ahnenreihe als a (b) stehende Ahn der Tafel A (B) auch ein Ahn von a (b) ist, sondern daß es nur für eine begrenzte Anzahl der Ahnen der Fall ist. Diese bestimmen sich als die Zahlen und Ahnen, die in jeder Generation zwischen der Zahl und dem Ahn der „Stammlinie" und der Zahl und dem Ahn der „Mutterlinie" stehen. Wenn man also merkt, daß in einer Tafel wahrscheinlich viele Generationen hindurch Ahnen stehen, die man sich auf die eigene Ahnentafel übertragen will, dann unterzieht man sich der (in Wirklichkeit kleinen) Mühe, zunächst die Zahlenreihen III und V der Tabelle *für die zu übernehmende Tafel* zu bilden bis zu der Generation, in der noch Ahnen von a (b) vorkommen. Die Mutterlinie ergibt sich dabei aus „Verdoppelung + 1" der vorhergegangenen Zahl. Jetzt kann man sofort abzählen und anmerken, welche Ahnen übernommen werden *können*. Dann erst errechne man die zweiten Reihen von III und V und die „Verbindungszahlen" der Rubrik IV. Diese findet man aus der ersten Differenz $2114 - 72 = 2042$ durch fortwährende Verdoppelung. Sie sind die Zahlen, die an einer *beliebigen*(!) Ahnennummer der zu übernehmenden Tafel als Korrektur anzubringen sind.

Beispiel III.

Ahn 4637 der Tafel A soll auf Tafel B umgeschrieben werden. 4637 liegt zwischen 4608 und 4671, ist also ein Ahn von 72. Die gesuchte Zahl ist $4637 + 130688 = \mathbf{135325}$.

Probe:			
	4637	identisch	135325?
	2318	„	67662
	1159	„	33831
	579	„	16915
	289	„	8457
	144	„	4228
	72	„	2114!

Beispiel IV.

Ahn 16914 der Tafel B soll auf Tafel A umgeschrieben werden. 16914 liegt zwischen 16912 und 16919 und ist also ein Ahn von 2114. Die gesuchte Zahl ist $16914 - 16336 = \mathbf{578}$.

Probe:			
	16914	identisch	578?
	8457	„	289
	4228	„	144
	2114	„	72!

Beispiel V.

Ahn 33946 der Tafel B soll auf Tafel A umgeschrieben werden. Eine unüberlegte Anwendung *der mathematischen Formel* ergibt **1274**, was die oberflächliche Anwendung der

Tabelle bestätigt: 33946 — 32672 = 1274. 33946 liegt aber nicht zwischen 33824 und 33839 und ist also kein Ahn von 2114, darf und kann somit auch nicht als Ahn von 72 errechnet werden!

Probe:	33946	identisch	1274?
	16973	„	637
	8486	„	318
Probe:	4243	„	159
	2121	„	79
Ein Mann	1060	„	39, einer Frau? Nein!

Auch wer nicht nach der vollständigen Tabelle arbeiten will, tut daher gut, immer wenigstens die Stammlinie und die Mutterlinie (III und V) der zu übernehmenden Tafel aufzustellen!

Paul Schneider (1944),
Mathematische Zusammenhänge der Ahnennummern.
In: *Familiengeschichtliche Blätter, Jg. 42, Heft 9/12*, Sp. 147–152.